Esempi di domande di teoria
Analisi di dati
Business Intelligence per Big data

AA. 2025-2026

Politecnico di Torino

Q1 - Clustering

Quale delle seguenti affermazioni relative al clustering è corretta?

- ○ (a) utilizzando l'algoritmo k-means, il centroide di un cluster corrisponde sempre ad un punto appartenente a quel cluster
- ○ (b) nell'algoritmo DBSCAN, l'appartenenza di un punto a un determinato cluster è caratterizzata da un peso tra 0 e 1
- ○ (c) il risultato dell'algoritmo DBSCAN può essere visualizzato tramite un dendrogramma
- ○ (d) Nell'algoritmo k-means, inizializzazioni diverse dei centroidi possono produrre come risultato cluster diversi
- ○ (e) quando outliers e punti di rumore sono presenti nei dati, è più opportuno utilizzare l'algoritmo k-means rispetto a DBSCAN
- ○ (f) per ridurre il valore di SSE (sum of squared error) bisogna ridurre il valore di K dell'algoritmo k-means

Soluzione Q1 - Clustering

SOL: d

Q2 – Clustering gerarchico MAX linkage

La policy di MAX (complete) linkage prevede che la distanza fra due cluster X e Y sia calcolata come:

$$dist(X, Y) = max_{x \in X, y \in Y} dist(x, y)$$

dove $dist(x, y)$ e' una distanza che puo' essere definita fra coppie di punti.

Per un dataset di 5 punti viene calcolata la seguente matrice di distanze.

	a	b	c	d	e
a	0	20	11	16	8
b	20	0	13	24	2
c	11	13	0	19	22
d	16	24	19	0	3
e	8	2	22	3	0

Si applica il clustering gerarchico agglomerativo per estrarre 3 cluster. Viene utilizzata la policy di "MAX linkage" (complete linkage).

Quali sono i 3 cluster ottenuti?

- ○ (a) {a, d}, {b, e}, {c}
- ○ (b) {d}, {b, e}, {a, c}
- ○ (c) {a}, {b}, {c, d, e}
- ○ (d) {a}, {c}, {b, d, e}
- ○ (e) Non e' possibile rispondere alla domanda con le informazioni a disposizione
- ○ (f) {b}, {d}, {a, c, e}
- ○ (g) Nessuna delle altre risposte e' corretta
- ○ (h) {a, b}, {c, d}, {e}

Soluzione Q2 – Clustering gerarchico MAX linkage

SOL

Step 1

Distanza minima nella matrice di distanze: b, e

	a	**b**	**c**	**d**	**e**
a	0	20	11	16	8
b	20	0	13	24	2
c	11	13	0	19	22
d	16	24	19	0	3
e	8	2	22	3	0

Clusters: {b, e}, {a}, {c}, {d}

Step 2

2.1 Aggiornamento della matrice di distanze, MAX Linkage
2.2 Distanza minima nella matrice di distanze: a, c

	a	**b, e**	**c**	**d**
a	0	20	11	16
b, e	20	0	22	24
c	11	22	0	19
d	16	24	19	0

Clusters: {b, e}, {a, c}, {d}

Q3 – Clustering gerarchico MAX linkage

La metrica **MAX** (o complete linkage) nel clustering gerarchico agglomerativo prevede che:

- ○ (a) Due cluster $\mathbf{C_1}$, $\mathbf{C_2}$ vengono uniti se esiste una coppia di punti $\mathbf{p_1} \in \mathbf{C_1}$, $\mathbf{p_2} \in \mathbf{C_2}$ la cui distanza è la maggiore nella matrice delle distanze
- ○ (b) Un cluster **C** verrà unito ad un singolo punto **p** se la distanza tra **p** e **C** è quella massima nella matrice delle distanze
- ○ (c) I cluster ottenuti siano molto sensibili al rumore
- ○ (d) Nessuna delle risposte è corretta
- ○ (e) Un cluster **C** verrà unito ad un singolo punto **p** se la massima distanza tra **p** ed i punti di **C** è la maggiore nella matrice delle distanze
- ○ (f) I primi due punti ad unirsi nel dendrogramma sono quelli più distanti tra loro

Soluzione Q3 – Clustering gerarchico MAX linkage

SOL: D

Q4 – Metriche classificazione

Quale delle seguenti metriche **non** è indicata per valutare le performance di un algoritmo di classificazione?

- (a) Silhouette Index
- (b) Accuracy
- (c) Recall
- (d) Matrice di confusione
- (e) F-measure
- (f) Precision

Soluzione Q4 – Metriche classificazione

SOL: A

Q5 - Precisione e richiamo

- Precisione(C) è la frazione di predizione corrette rispetto a tutte le predizioni fatte per la classe C
- Recall(C) è la frazione di predizioni corrette rispetto a tutti i punti che appartengono alla classe C

/engono dati due vettori, y_pred, y_true, che contengono le predizioni effettuate da un classificatore e la ground truth, ispettivamente.

```
y_true: [B A A C A B B B C B]
y_pred: [A A B A B C A B C C]
```

Quali sono precisione e richiamo per la classe A?

- ○ (a) Precisione: 0.3333, Richiamo: 0.5
- ○ (b) Nessuna delle altre risposte è corretta
- ○ (c) Precisione: 0.3333, Richiamo: 0.25
- ○ (d) Precisione: 0.25, Richiamo: 0.3333
- ○ (e) Precisione: 0.3, Richiamo: 0.5
- ○ (f) Precisione: 0.5, Richiamo: 0.3333
- ○ (g) Precisione: 0.3333, Richiamo: 0.2
- ○ (h) Precisione: 0.3, Richiamo: 0.25
- ○ (i) Precisione: 0.2, Richiamo: 0.3333

Soluzione Q5 - Precisione e richiamo

SOL

y_true: [B A A C A B B B C B]

y_pred: [A A B A B C A B C C]

Precisione e richiamo per la classe A

Precisione = 1/(1+2+1) = 1/4

Richiamo = 1/(1+2+0) = 1/3

		Pred		
		A	B	C
True	A	1	2	0
	B	2	1	2
	C	1	0	1

Q6 – Precisione e richiamo

Data la matrice di confusione in figura, quale delle seguenti affermazioni **non è** corretta?

		Predicted T	Predicted F
Actual	T	90	0
	F	10	0

- ○ (a) Il richiamo della classe F è del 10%
- ○ (b) Il richiamo della classe T è del 100%
- ○ (c) Tutti i 100 elementi vengono etichettati come classe T
- ○ (d) L'accuratezza del modello è del 90%
- ○ (e) La precisione della classe T è del 90%
- ○ (f) La precisione della classe F è 0

Q7 - Precisione e richiamo

Un classificatore binario viene addestrato per distinguere immagini di gatti da immagini di cani. Il test set usato per valutare le performance del modello è bilanciato, con 10,000 immagini di cani e 10,000 immagini di gatti.

Il classificatore predice solamente 50 immagini come appartenenti alla classe “gatto”. Tutte queste predizioni sono corrette.

Quale delle seguenti affermazioni riguardanti il classificatore è vera?

- ○ (a) Ha recall alta per la classe “cane”
- ○ (b) Ha recall alta per la classe “gatto”
- ○ (c) Ha F1 score alto per la classe “cane”
- ○ (d) Ha precisione bassa per la classe “gatto”
- ○ (e) Ha precisione alta per la classe “cane”
- ○ (f) Ha accuratezza alta
- ○ (g) Nessuna delle altre affermazioni è corretta
- ○ (h) Ha F1 score alto per la classe “gatto”

Soluzione Q7 - Precisione e richiamo

		Pred	
		cane	gatto
True	cane	10000	0
	gatto	9950	50

Sol. A

Recall(cane) = 10000/10000 = 1

Recall(gatto) = 50/10000 basso

Precisione(cane) = 10000/19950 basso

Precisione(gatto) = 50/50

F1-score(cane) R-alto,P-basso - non sara' alta

F1-score(gatto) R-basso,P-alto - non sara' alta

Accuratezza – 10050/20000 basso

Q8 - FP-Growth Header Table

- Dato il seguente dataset transazionale

ABCD
BCE
ABDE
BCDE
BCDE
BCD
E
BD
BD
ABDE

Scrivere la Header Table per FP-Tree con MinSup>2.

Soluzione Q8 - FP-Growth Header Table

- 1. Prima lettura base dati e conteggio occorenze/support count item
- 2. Ordine decrescente per support count
- 3. Check supporto>minsup

1. Scansione e conteggio

Item	Support count
A	3
B	9
C	5
D	8
E	6

2. Header table, 3, sopra supporto (SOL)

Item	Support count
B	9
D	8
E	6
C	5
A	3

Q9 – FP-Growth Header Table

- Dato il seguente dataset transazionale

ABCD
BCE
ABDE
BCDE
BCDE
BCD
E
BD
BD
ABDE

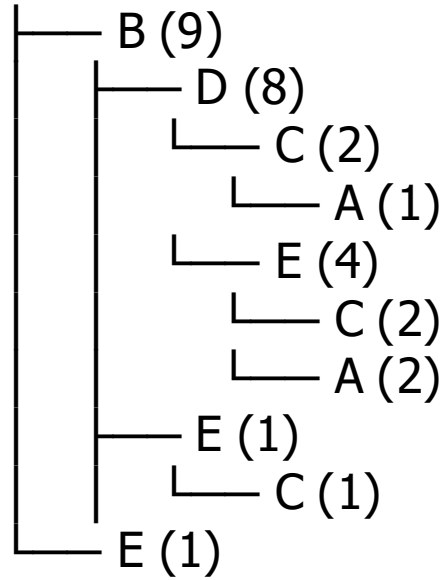
Scrivere FP-Tree con MinSup>2. In particolare, riportare l'elenco dei percorsi che caratterizzano FP-Tree. Per ogni percorso specificare la sequenza di nodi nella forma (elemento, supporto locale).

Soluzione Q9 – FP-Growth

1. Ordinare rispetto header table

ABCD	BDCA
BCE	BEC
ABDE	BDEA
BCDE	BDEC
BCDE	BDEC
BCD	BCD
E	E
BD	BD
BD	BD
ABDE	BDEA

Sol: ( )



Header table

Item	Support count
B	9
D	8
E	6
C	5
A	3

Formato testuale:

B:9, D:8, C:2, A:1

B:9, D:8, E:4, C:2

B:9, D:8, E:4, A:2

B:9, E:1, C:1

E:1

Q10 - Apriori

Dato il seguente dataset di transazioni ➔

	Transactions
0	B C
1	A B C
2	C D
3	A C
4	C D
5	A B E
6	A B C
7	D E
8	A B C D
9	A D E

Applicare l'algoritmo Apriori con un minsup > 2. Quali sono gli itemset di lunghezza 1, 2 e 3 che vengono generati da Apriori dopo i passi di join e prune (con principio Apriori), prima del conteggio del supporto nella base dati?

Soluzione Q10 - Apriori

- A: 6
- B: 5
- C: 7
- D: 5
- E: 3

- AB: 4
- AC: 4
- AD: 2
- AE: 2
- BC: 4
- ~~BD: 1~~
- ~~BE: 1~~
- CD: 3
- ~~CE: 0~~
- DE: 2

Prunati con conteggio del supporto su base dati

- ABC
- ~~ABD~~
- ~~ABE~~
- ACD
- ~~ACE~~
- ADE

(in nero gli itemset richiesti dalla risposta)

Prunati con principio Apriori (contengono BD, BE, CE rispettivamente)

Q11 - Valutazione classificatore

Stiamo lavorando su un dataset composto da 20 campioni contente 4 differenti classi. Il vettore seguente rappresenta la ground truth per le classi da 0 a 3:

gt = [2, 3, 2, 0, 1, 3, 0, 3, 0, 3, 3, 2, 1, 1, 0, 0, 0, 3, 3, 3]

Un classificatore predice il seguente vettore di classi:

pr = [2, 0, 0, 3, 2, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 2, 3, 1, 2, 3, 3, 2, 0, 3]

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

(a) La recall della classe 0 è più bassa della precision della stessa classe
(b) La precisione media supera lo 0.4
(c) L'accuratezza supera lo 0.4
(d) Nessuna risposta è corretta
(e) La precisione per la classe 0 è la più bassa delle precisioni tra tutte le classi

Soluzione Q11 - Valutazione classificatore

- (b) La precisione media supera lo 0.4

	precision	recall	f1-score	support
0	0.2500	0.3333	0.2857	6
1	1.0000	0.3333	0.5000	3
2	0.3333	0.6667	0.4444	3
3	0.2000	0.1250	0.1538	8
accuracy			0.3000	20
macro avg	0.4458	0.3646	0.3460	20
weighted avg	0.3550	0.3000	0.2889	20

Q12 - Clustering

Abbiamo a disposizione 5 punti con le seguenti coordinate (x, y):

A (0, 0)
B (0, 4)
C (6, 2)
D (4, 2)
E (2, 4)

Vogliamo applicare il clustering di tipo K-Means per 2 iterazioni con i seguenti centroidi iniziali: (0, 0) e (5, 5). La metrica di distanza è
$d(a,b) = \sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2}$ dove a e b sono due punti.
Quali cluster si ottengono?

(a) {A, E} {B, C, D}
(b) {A, B} {C, D, E}
(c) Nessuna risposta è corretta
(d) {A, B, E} {C, D}
(e) {A, E } { B, C, D }

Soluzione Q12 - Clustering

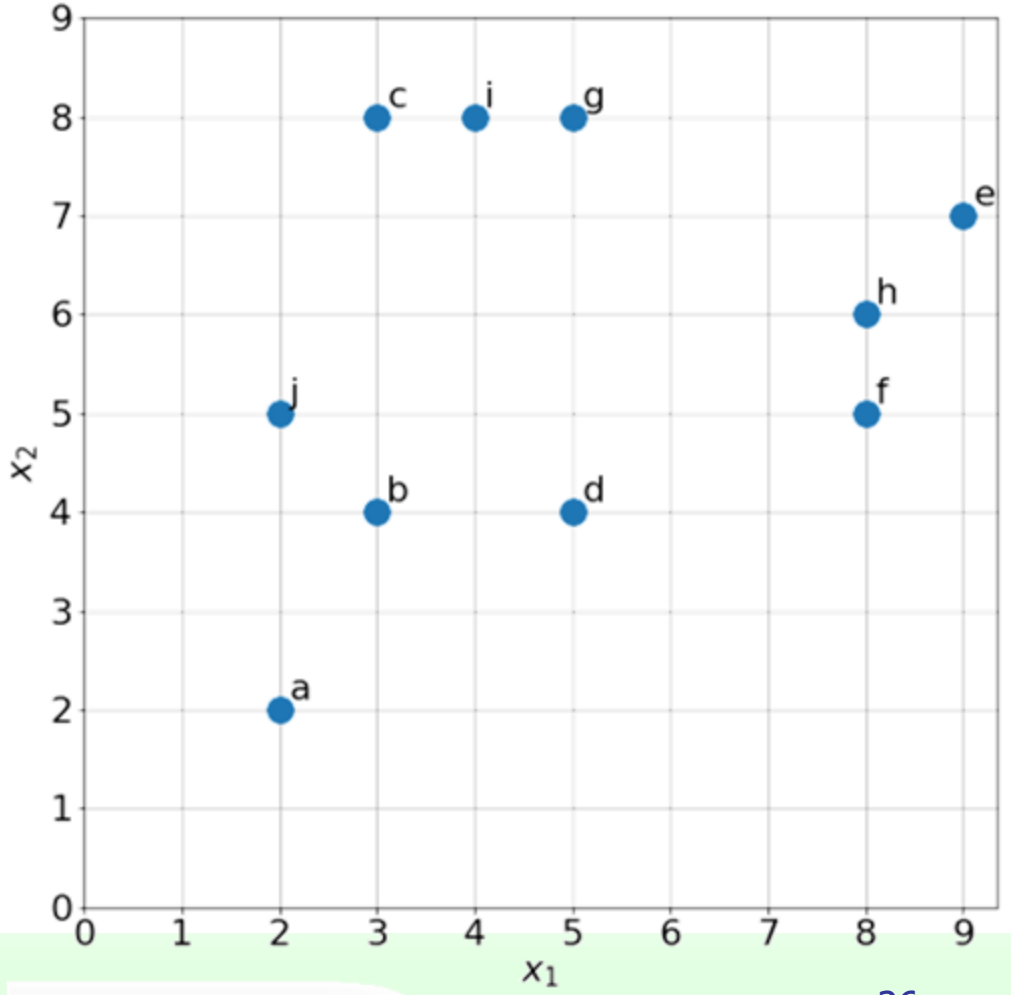
- (b) {A, B} {C, D, E}

Q13 - DBSCAN

For two n-dimensional points $P_1 = (P_{11}, P_{12}, \ldots P_{1n})$ and $P_2 = (P_{21}, P_{22}, \ldots P_{2n})$ the Manhattan distance is defined as follows:

$$dist(P_1, P_2) = \sum_i |P_{1i} - P_{2i}|$$

Using the Manhattan distance, apply the DBSCAN algorithm to the following points in the bidimensional space.



Use the following hyperparameters: ϵ = 2.5, minpoints=2 (at least 2 points as neighbors)

For each point write:

- The assigned label (N=noise, B=border, C=core)
- The assigned cluster id (order of cluster ids is not important, use -1 for noise points)

Soluzione Q13 - DBSCAN

Point – assigned label – cluster id

- a N -1
- b C 0
- c C 2
- d B 0
- e B 1
- f B 1
- g C 2
- h C 1
- i C 2
- j B 0

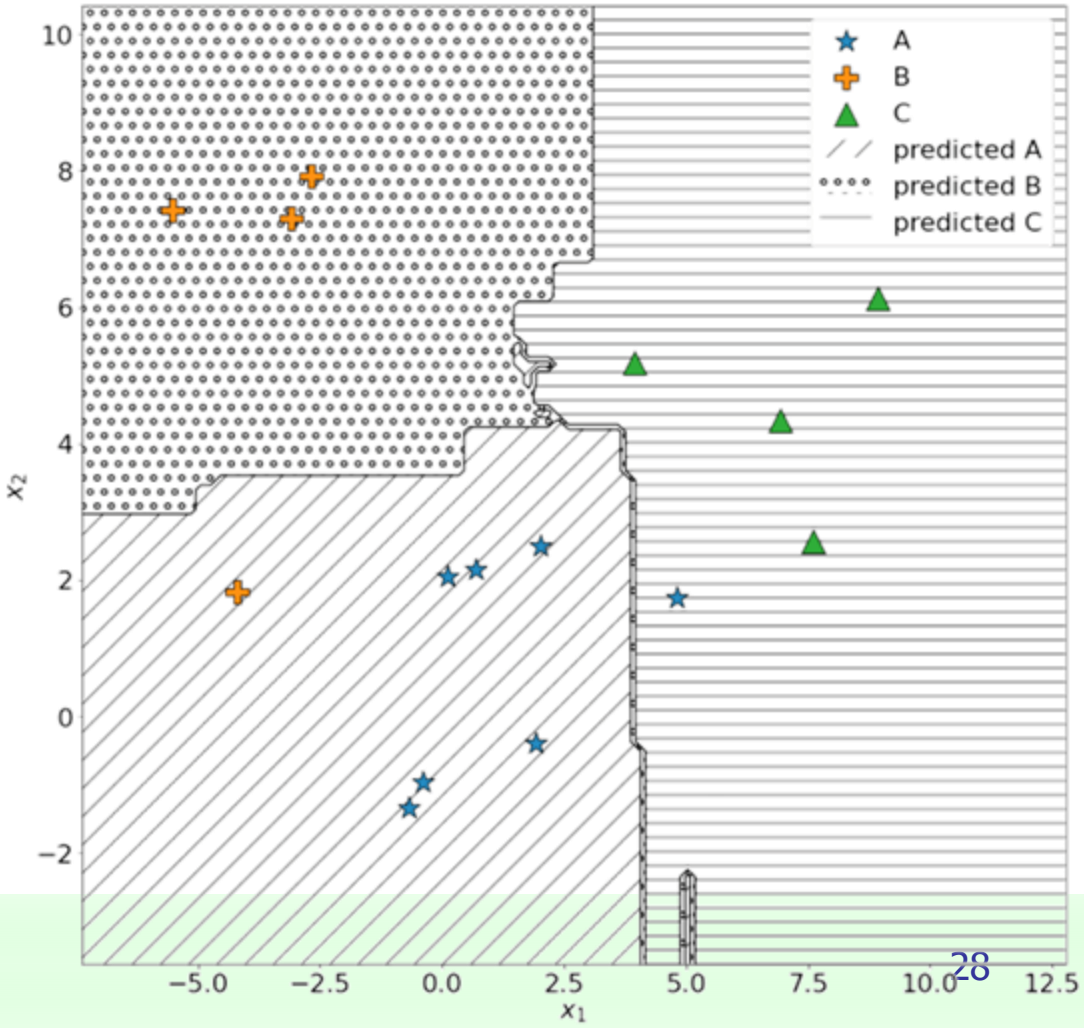
Q14 - Precision/recall

A random forest classifier has been trained on a 2-dimensional dataset (features x_1, x_2). Each point in the dataset is labelled as either A, B or C (star, cross, triangle respectively).

The following figure represents a test set that is used to validate the classifier.

The decision boundaries of the model are shown in the figure:

- Diagonal lines represent areas of the input space where the model predicts class A
- Small circles represent areas of the input space where the model predicts class B
- Horizontal lines represent areas of the input space where the model predicts class C



Write in the box below:

precision(B)

precision(C)

recall(B)

Soluzione Q14 - Precision/recall

Precision(B) = 3/3 = 1
Precision(C) = 4/5
Recall(B) = 3/4

		Predicted		
		A	**B**	**C**
True	**A**	6	0	1
	B	1	3	0
	C	0	0	4

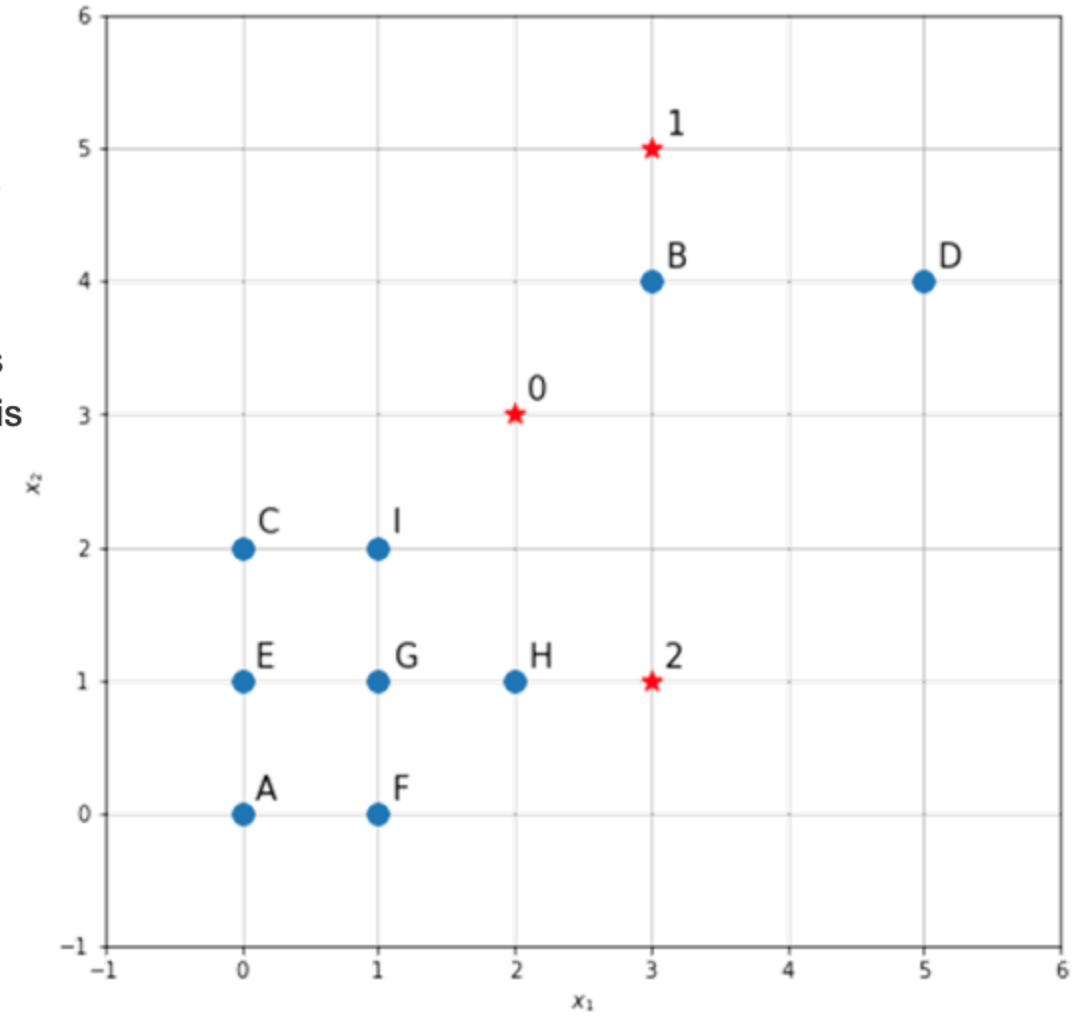
Q15 - K-means

You are given a dataset containing 9 points in 2 dimensions (x1, x2). Each point is labelled A through I.

You apply K-means clustering with K = 3. The figure below represents the 9 points (blue dots) and the initializations for the three centroids (red stars). Each centroid is labelled with a number (0, 1, 2).

What are the new centroids computed after 1 iteration of the K-means algorithm?

Use the Euclidean distance when computing any distance.



Soluzione Q15 - K-means

- Cluster assignment:
- 0: { I, C, E }
- 1: { B, D }
- 2: { G, H, A, F }
- New clusters:
- 0 ➔ x: (0 + 0 + 1) / 3, y: (1 + 2 + 2)/3 = (1/3, 5/3)
- 1 ➔ x: (3 + 5)/2, y: (4 + 4)/2 = (4, 4)
- 2 ➔ x: (0 + 1 + 1 + 2)/2, y: (0 + 0 + 1 + 1)/4 = (2, 1/2)

ESERCIZI MONGODB

MongoDB 1

Dalla documentazione di MongoDB sull'operatore $in:

$in

Sintassi: `{ field: { $in: [ valore1, valore2, ... valoreN ] } }`

L'operatore $in seleziona i documenti in cui il valore *field* e' uguale a uno dei valori nell'array specificato

Viene data la seguente collection MongoDB.


```
[
  {
    "firstName": "John",
    "lastName": "Smith",
    "yearOfBirth": 1990,
    "occupation": "accountant"
  },
  {
    "firstName": "Mike",
    "lastName": "Brown",
    "yearOfBirth": 1991,
    "occupation": "HR"
  },
  {
    "firstName": "Mike",
    "lastName": "Williams",
    "yearOfBirth": 1992,
    "occupation": "HR"
  },
  {
    "firstName": "Mary",
    "lastName": "Smith",
    "yearOfBirth": 1993,
    "occupation": "accountant"
  },
  {
    "firstName": "Robert",
    "lastName": "Williams",
    "yearOfBirth": 1994,
    "occupation": "software engineer"
  },
  {
    "firstName": "Jennifer",
    "lastName": "Davis",
    "yearOfBirth": 1987,
    "occupation": "db administrator"
  },
  {
    "firstName": "Sarah",
    "lastName": "Davis",
    "yearOfBirth": 1988,
    "occupation": "consultant"
  },
  {
    "firstName": "Lisa",
    "lastName": "Brown",
    "yearOfBirth": 1989,
    "occupation": "consultant"
  }
]
```


Eseguendo la seguente query, quale risultato viene ritornato?

```
db.collection.count({
  $or: [
    {
      firstName: "John"
    },
    {
      occupation: {
        $in: [
          "consultant",
          "HR"
        ]
      }
    }
  ],
  yearOfBirth: {
    $gte: 1990,
    $lte: 1995
  }
})
```

Soluzione MongoDB 1

- 3 ➔

```
[
  {
    "firstName": "John",
    "lastName": "Smith",
    "yearOfBirth": 1990,
    "occupation": "accountant"
  },
  {
    "firstName": "Mike",
    "lastName": "Brown",
    "yearOfBirth": 1991,
    "occupation": "HR"
  },
  {
    "firstName": "Mike",
    "lastName": "Williams",
    "yearOfBirth": 1992,
    "occupation": "HR"
  },
```

MongoDB 2

Viene data una collection “employees”, contenente le informazioni dei dipendenti di un'azienda. Per ciascun dipendente, informazioni su età, dipartimento e salario sono note. Il seguente è un esempio di documento estratto dalla collection:

```
{
  "_id" : ObjectId("62b97ce2850f3cffcbaab699"),
  "first" : "SUSAN",
  "last" : "DAVIS",
  "age" : 26,
  "compensation" : 65000,
  "department" : "HR"
}
```

Si vuole estrarre da questa collection il compenso medio dei dipendenti con età minore di 25 anni, separatamente per ogni dipartimento. Quale delle seguenti query soddisfa la richiesta?

(a)

```
db.employees.aggregate([
   {
      $match: {
         "age": {
            $lt: 25
         },
      }
   },
   {
      $group: {
         _id: null,
         avg: {
            $avg: "$compensation"
         }
      }
   }
])
```

(b)

```
db.employees.aggregate([
   {
      $match: {
         "age": {
            $gt: 25
         },
      }
   },
   {
      $group: {
         _id: null,
         avg: {
            $avg: "$compensation"
         }
      }
   }
])
```

(c)

```
db.employees.aggregate([
   {
      $group: {
         _id: "$department",
         avg: {
            $avg: "$compensation"
         }
      }
   },
   {
      $match: {
         "age": {
            $gt: 25
         },
      }
   }
])
```

(d)

```
db.employees.aggregate([
   {
      $match: {
         "age": {
            $lt: 25
         },
      }
   },
   {
      $group: {
         _id: "$department",
         avg: {
            $avg: "$compensation"
         }
      }
   }
])
```

(e)

```
db.employees.aggregate([
   {
      $match: {
         "age": {
            $gt: 25
         },
      }
   },
   {
      $group: {
         _id: "$department",
         avg: {
            $avg: "$compensation"
         }
      }
   }
])
```

(f)

```
db.employees.aggregate([
   {
      $group: {
         _id: null,
         avg: {
            $avg: "$compensation"
         }
      }
   },
   {
      $match: {
         "age": {
            $gt: 25
         },
      }
   }
])
```

(g)

```
db.employees.aggregate([
   {
      $group: {
         _id: null,
         avg: {
            $avg: "$compensation"
         }
      }
   },
   {
      $match: {
         "age": {
            $lt: 25
         },
      }
   }
])
```

(h)

```
db.employees.aggregate([
   {
      $group: {
         _id: "$department",
         avg: {
            $avg: "$compensation"
         }
      }
   },
   {
      $match: {
         "age": {
            $lt: 25
         },
      }
   }
])
```

Soluzione MongoDB 2

- (d)